



Dagli affreschi ai videogames: storia matematica della prospettiva



Laura Branchetti
Università di Parma



MOOC su EduOpen

Link per accedere:

https://learn.eduopen.org/eduopenv2/course_details.php?courseid=354

The screenshot shows the EduOpen website interface. At the top left is the 'eduopen' logo. The navigation menu includes 'Corsi', 'Pathway', 'Master', and 'Courseware'. The user profile 'LAURA BRANCHETTI' is visible in the top right. The course title 'COPERTINA' is displayed in a red box. The left sidebar contains a course index with items: 'Indice Corso', '0. Indice', '1. La dimensione virtuale', '2. La storia della prospettiva', and '3. La "storia matematica" della prospettiva: tappe e teoremi fondamentali'. The main content area shows the course is issued by 'Università di Parma' and features the title 'La dimensione virtuale: dagli affreschi ai videogames'. Below the title is the 'Introduzione al Corso' section, which describes the course content, including topics like perspective, geometry, and computer vision. At the bottom, a table lists the course requirements and their costs.

| Frequenza e Attestati | | |
|---|-----------------------------|-----------|
|  | Frequenza | GRATUITO! |
|  | Attestato di Partecipazione | GRATUITO! |

MOOC su EduOpen

Risultati Attesi

- Conoscere e comprendere le basi teoriche delle tecniche base della rappresentazione in prospettiva
- Conoscere e comprendere il contributo dato da un approccio scientifico allo studio della prospettiva nel passato e oggi.
- Conoscere i principali teoremi dell'Ottica di Euclide e i risultati fondamentali che conducono dapprima a una conoscenza approfondita delle deformazioni prospettiche e poi alla Geometria proiettiva come teoria.

Pre-requisiti

Corso BASE rivolto a studenti di scuola secondaria di secondo grado, universitari del primo anno e insegnanti, richiede conoscenze elementari di Geometria sintetica del piano e dello spazio.

Libri di testo e letture consigliate

Dispensa di ripasso di Geometria elementare (fornita nel corso).

Dispensa di approfondimento di Geometria sulle trasformazioni dello spazio (fornita nel corso).

Letture consigliate: Ghione, F., Catastini, L. (2004). Le geometria della visione. Scienza, Arte, Didattica. Springer.

Formato del corso

Presentazione di alcune tappe storiche nello studio della visione e della prospettiva in ottica interdisciplinare con idee chiave. Cenni ad applicazioni nel mondo di oggi di una teoria matematica nata dall'arte. Introduzione dei concetti matematici chiave e dei teoremi fondamentali. Dimostrazione di alcuni teoremi con costruzioni Geogebra. Letture di ripasso di contenuti base e approfondimenti. Questionari di autovalutazione.

Regole per ottenere gli Attestati e sostenere gli Esami

Attestato di Partecipazione

Se risultano completate tutte le attività ed è superato il questionario finale nel corso con un punteggio minimo del 100%, sarà possibile scaricare l'Attestato di

434



25 Jun
2019



Non
impostato

Studenti
Iscritti



MOOC su EduOpen

2. La storia della prospettiva

[VIDEO] Visione in prospettiva...
interdisciplinare e primi approcci geometrici [15:21]

[VIDEO] Solo una questione di tecnica? [10:00]

[VIDEO] La prospettiva degli artisti [13:35]

[VIDEO] Un approccio matematico rigoroso [14:58]

3. La "storia matematica" della prospettiva: tappe e teoremi fondamentali

La dimensione virtuale: dagli affreschi ai videogames

torna al **Modulo3**: La "storia matematica" della prospettiva: tappe e teoremi fondamentali

Attività Precedente

Attività Successiva

[LETTURA DI RIPASSO] sulla geometria elementare

branchetti_materiale_Ripasso di geometria elementare.pdf 1 / 8

UNIVERSITÀ DI PARMA

MOOC "LA DIMENSIONE VIRTUALE: DAGLI AFFRESCHI AI VIDEOGAMES"
Laura Branchetti

Ripasso di geometria elementare

Alla base della geometria che serve per studiare la prospettiva ci sono alcuni concetti fondamentali di geometria che è ben ripassare..... e non solo per questo corso!

Conoscere alcune nozioni di geometria è fondamentale per imparare quasi tutta la matematica,

Visione in prospettiva... interdisciplinare e primi approcci geometrici [La storia della prospettiva]

MOOC: Massive Open Online Course

MATEMATICA

Storia della prospettiva

Laura Branchetti

Visione in prospettiva... interdisciplinare e primi approcci geometrici

La storia della prospettiva

Laura Branchetti
Università di Parma
laura.branchetti@unipr.it

UNIVERSITÀ DI PARMA

00:11 15:21 173 100%

La storia della prospettiva

Laura Branchetti
Università di Parma

laura.branchetti@unipr.it

Rappresentazione 2D realistica: una scelta culturale e artistica



Simbolismo

Rappresentazione 2D realistica: una scelta culturale e artistica



Astrattismo

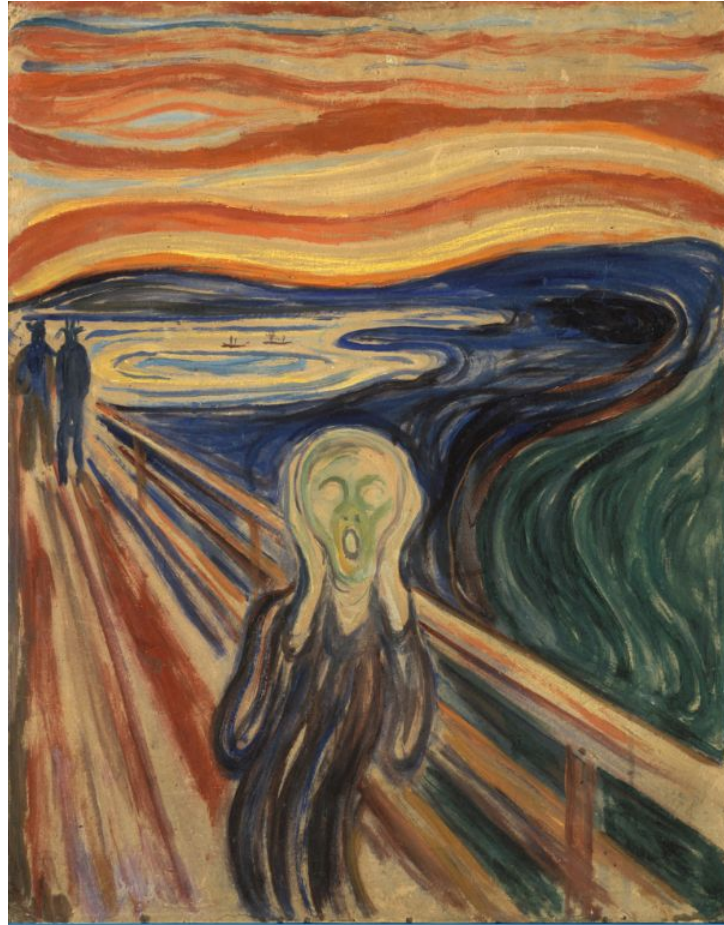
[Eusebius](#) (Guillaume Piolle).

Rappresentazione 2D realistica: una scelta culturale e artistica



Arte africana/tribale

Rappresentazione 2D realistica: una scelta culturale e artistica



Espressionismo

Rappresentazione 2D realistica: una scelta culturale e artistica



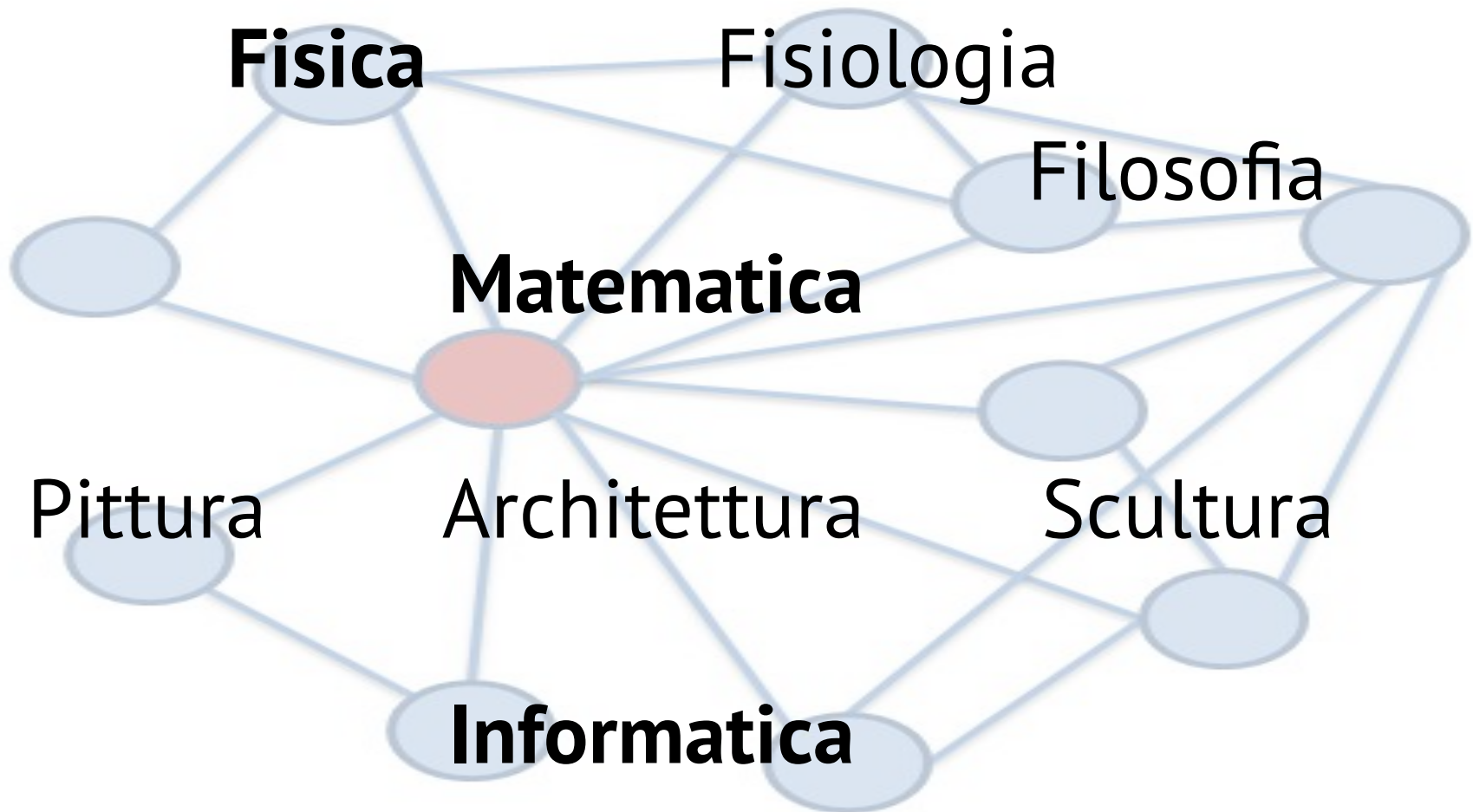
Cubismo

Rappresentazione 2D realistica: una scelta culturale e artistica



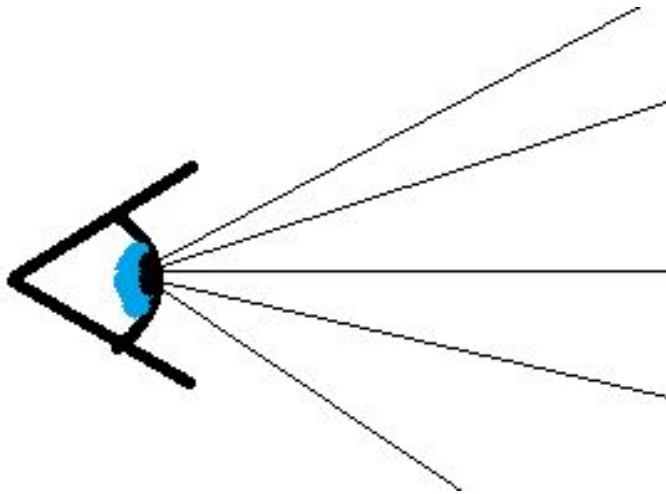
Surrealismo

La visione e la prospettiva: temi autenticamente interdisciplinari

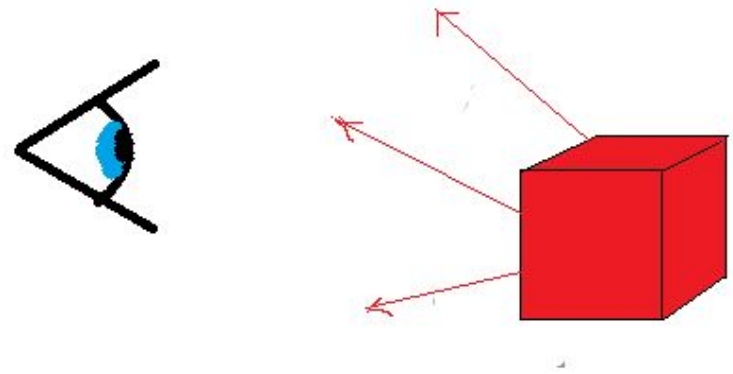


Teorie della visione

Emissioniste



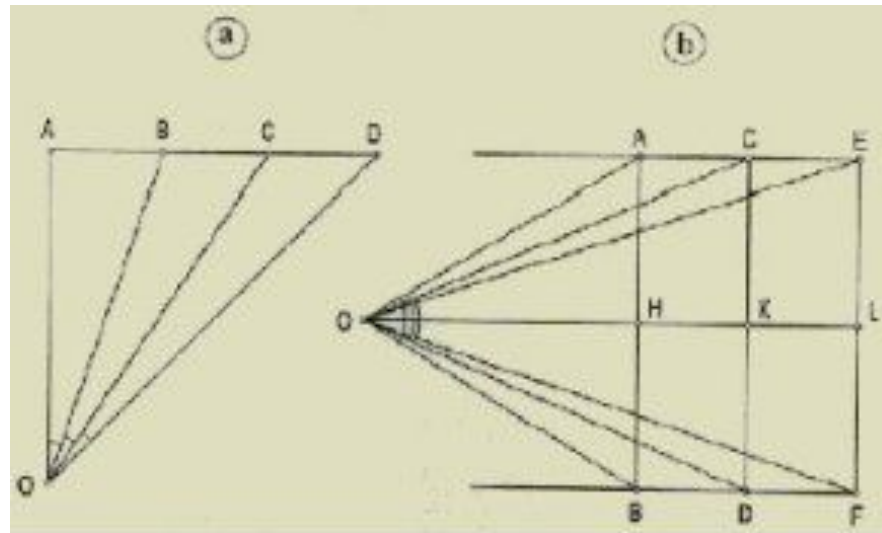
Estromissive



Catastini, L., Ghione, F. 2006.
Arte, Didattica. Springer.

Le Geometrie della Visione. Scienza,

Ottica geometrica

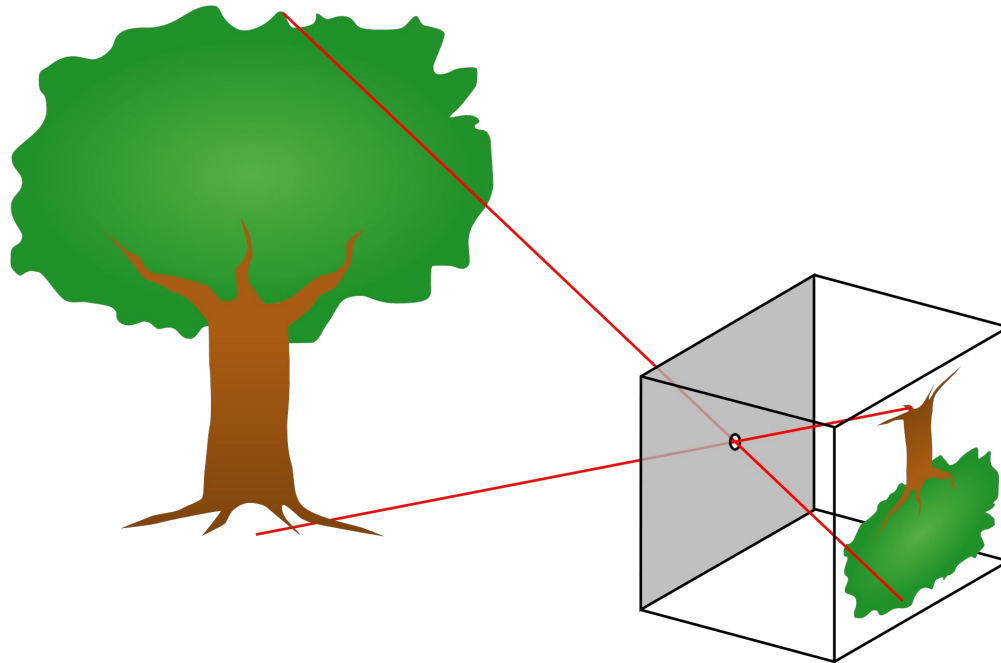


Euclide, *Ottica*, P. XII (trad. G. Ovio)

“Oggetti che stanno sui punti più lontani di rette parallele distese dinnanzi all’occhio, se posti a destra sembrano inclinare verso sinistra se a sinistra sembrano inclinare verso destra.”

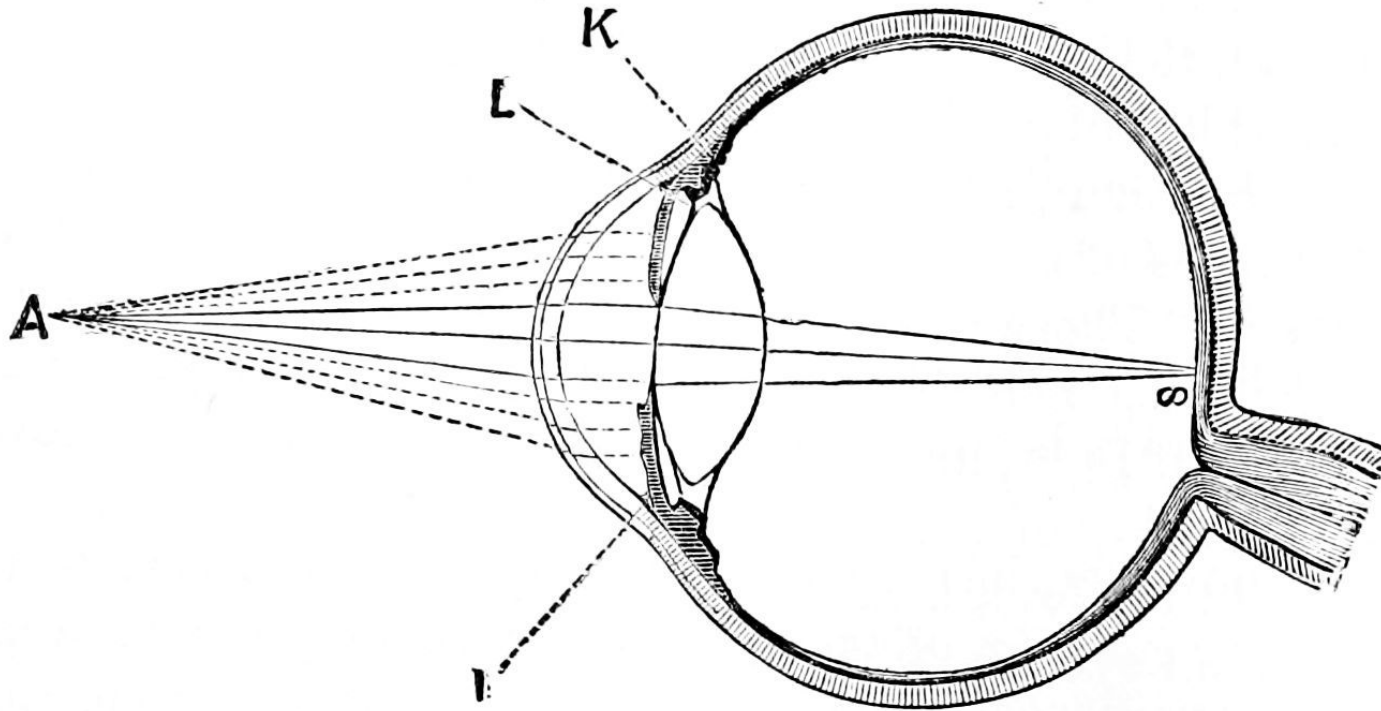
Occhio e visione

Il modello della **camera oscura**
(Alhazen, 1000 ca.)

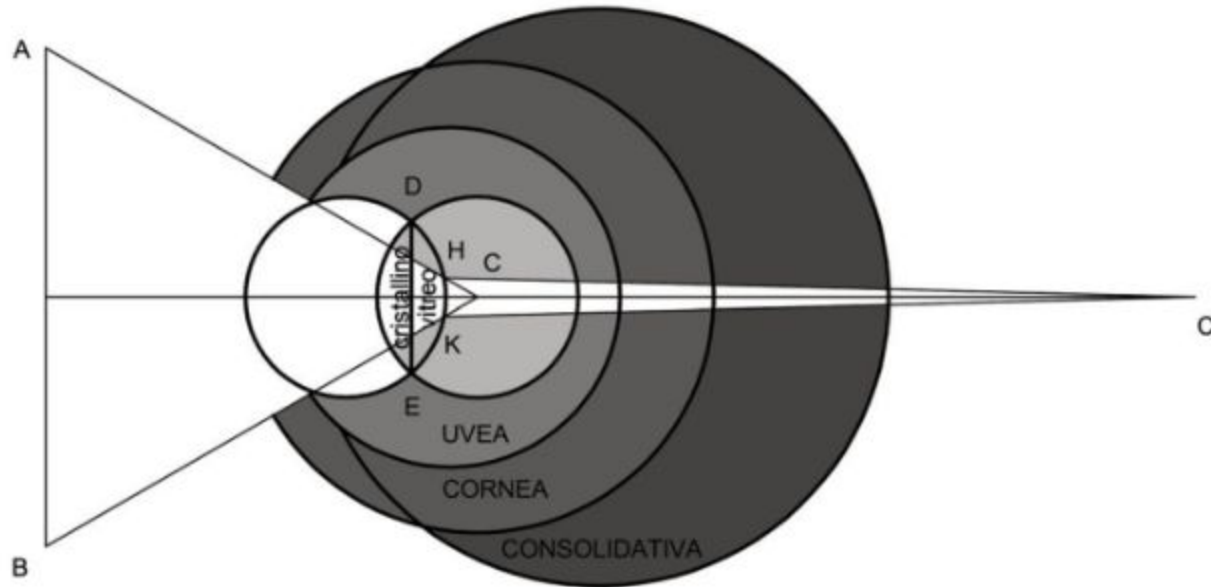


l'occhio come una macchina fotografica

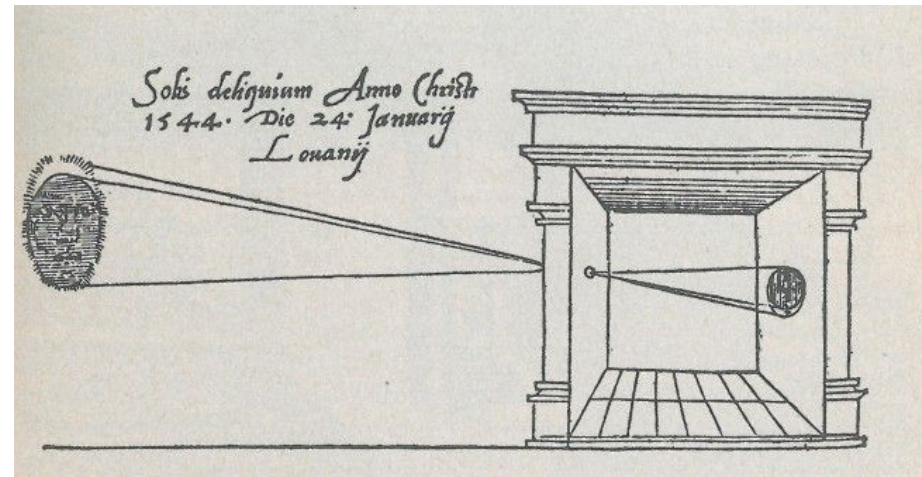
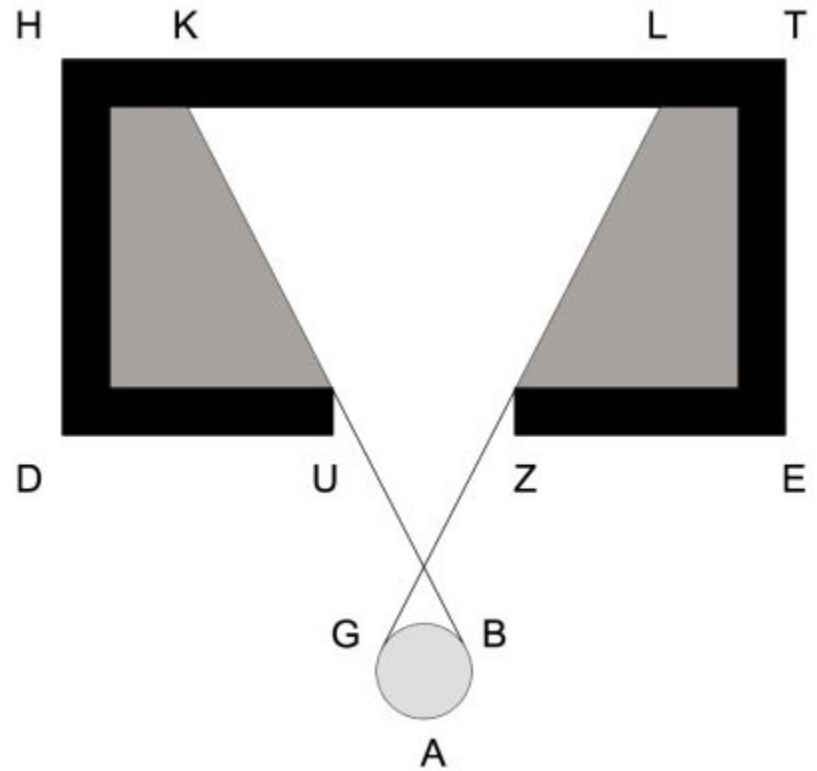
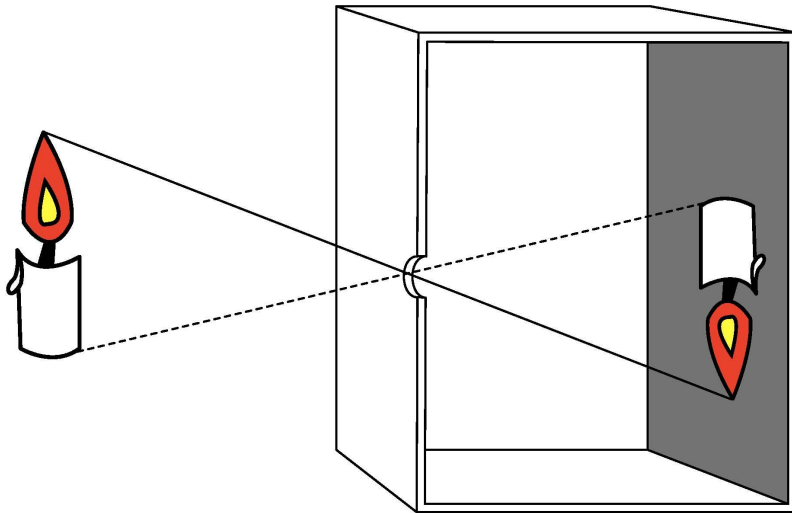
Struttura dell'occhio



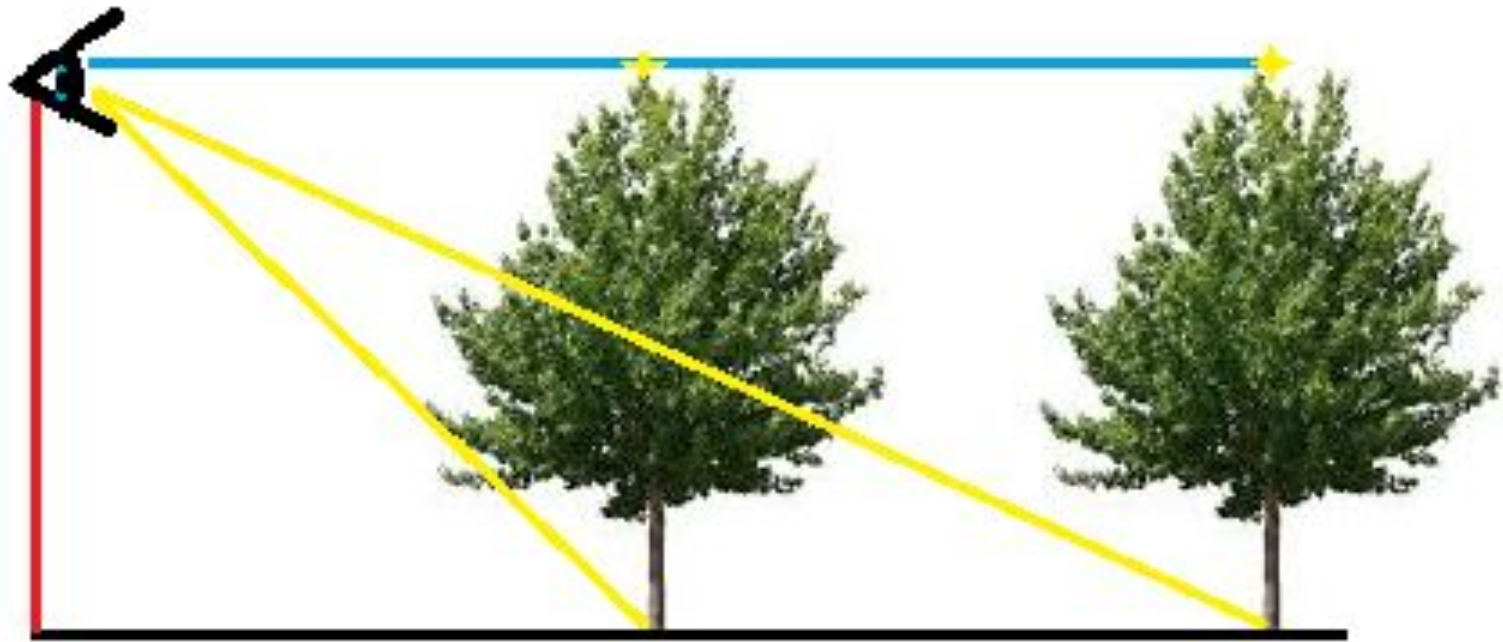
Struttura dell'occhio



Camera oscura



Visione diretta e prospettiva



Rappresentazione 3D -> 2D

Civiltà pre-elleniche (3000 a.C. - 800 a. C.)



Rappresentazione 3D -> 2D

Cratere degli Argonauti (460 a.C. - 450 a.C.)



L'Ottica di Euclide e la prospettiva

“Con l'*Ottica* gli sforzi per ottenere una rappresentazione verosimile della realtà **imboccarono la strada dello studio matematico**” (Ovio, 1918).

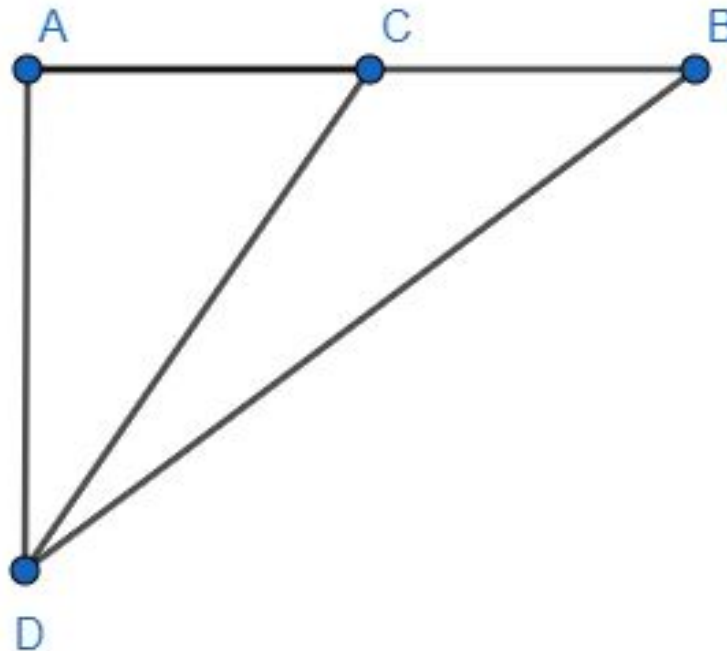
1. Assume come valida la **teoria dei raggi visivi**, ma approccio geometrico
2. **Visione per angoli**, non c'è proporzione tra angoli e distanza
3. **Approccio assiomatico e dimostrativo**, usa teoremi degli *Elementi*

Temi chiave dell'*Ottica*:

1. visione di **oggetti uguali**
2. visione della **profondità**

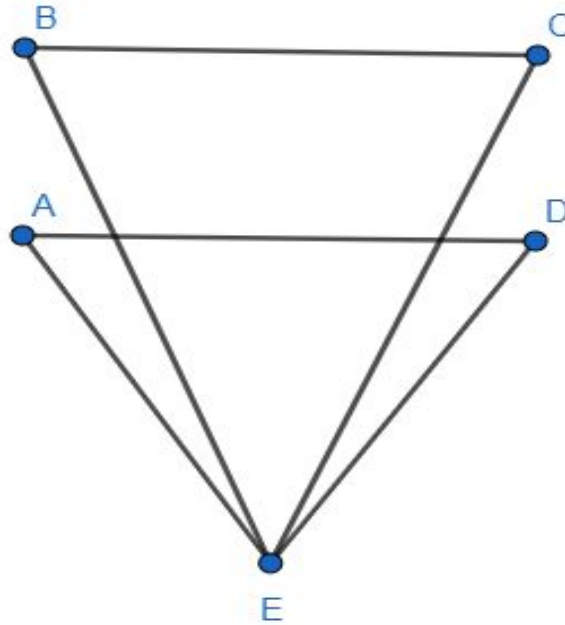
Teorema 4

Tra segmenti uguali, giacenti sulla stessa retta, quelli visti a distanza più grande appaiono più piccoli.



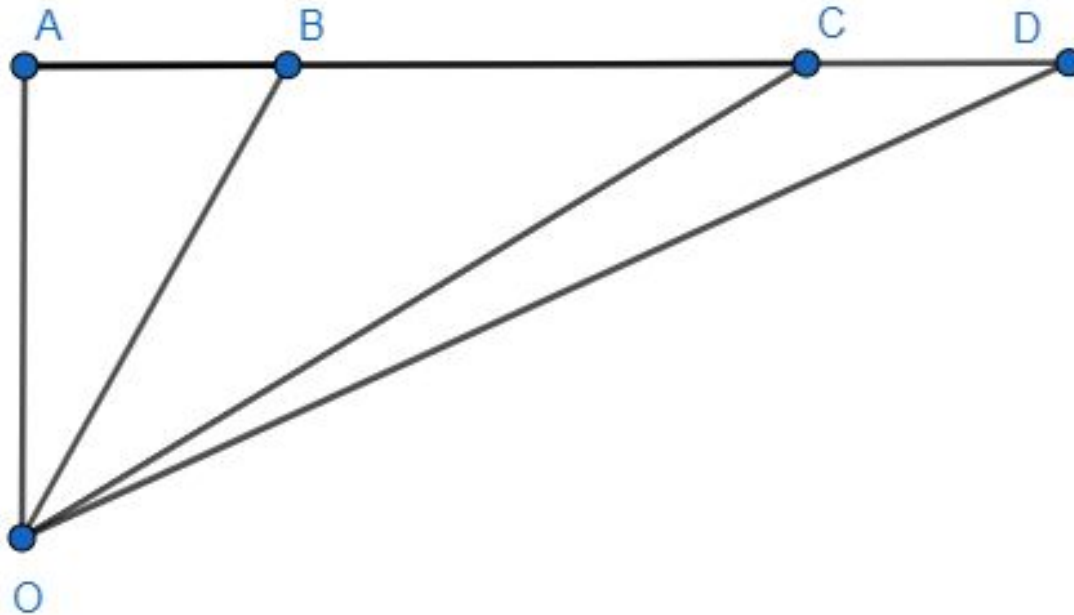
Teorema 5

Grandezze uguali poste a distanze diverse appaiono diverse, e più grande quella che sta più vicina all'occhio



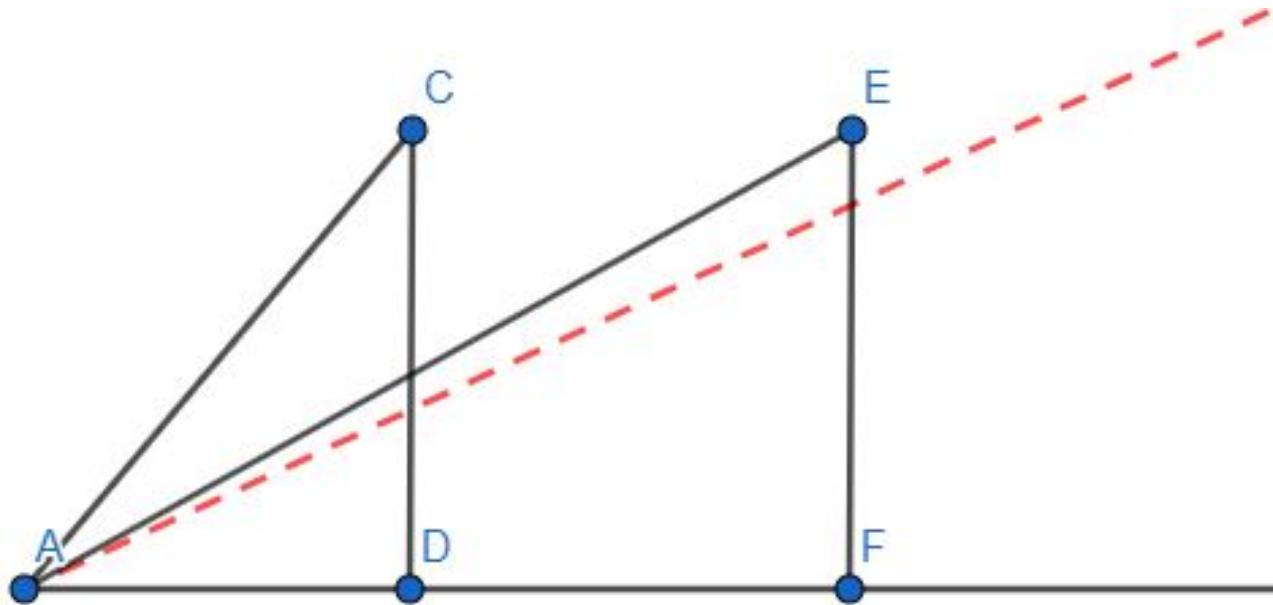
Teorema 7

Grandezze uguali che siano sullo stesso segmento non adiacenti a distanze diverse dall'occhio appaiono diseguali



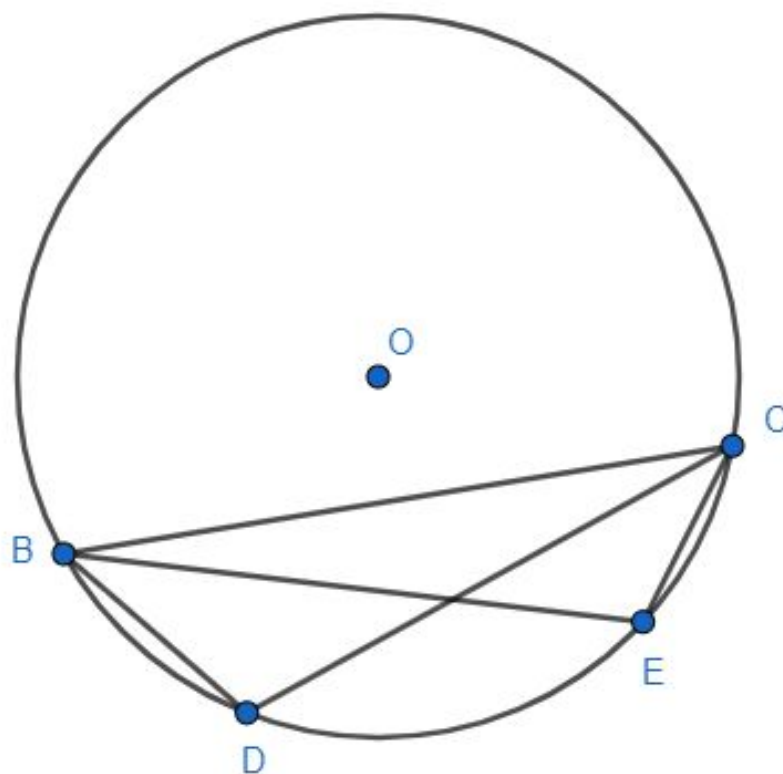
Teorema 8

Grandezze uguali e parallele, poste a distanze diverse dall'occhio, non vengono viste in modo proporzionale alle distanze.



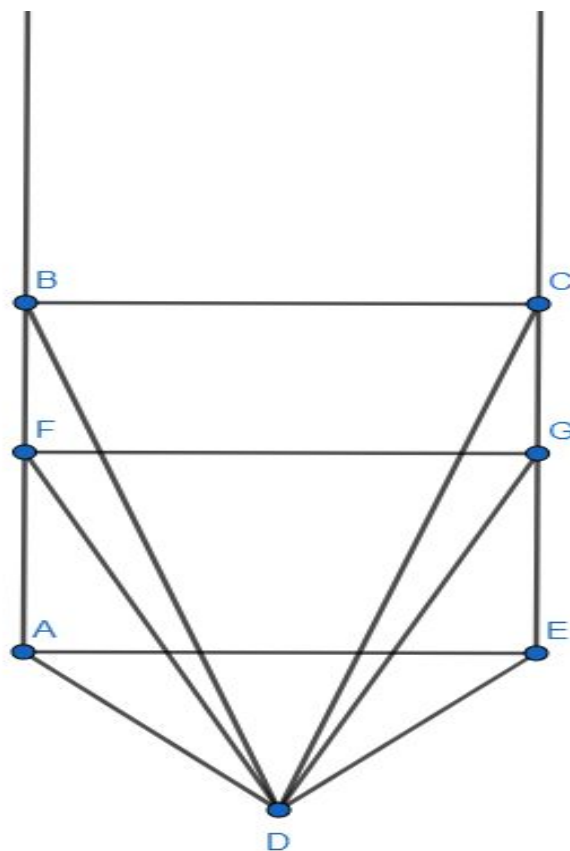
Teorema 38

Esiste un luogo tale che, se l'occhio vi si sposta, la cosa vista resta ferma e appare sempre uguale.



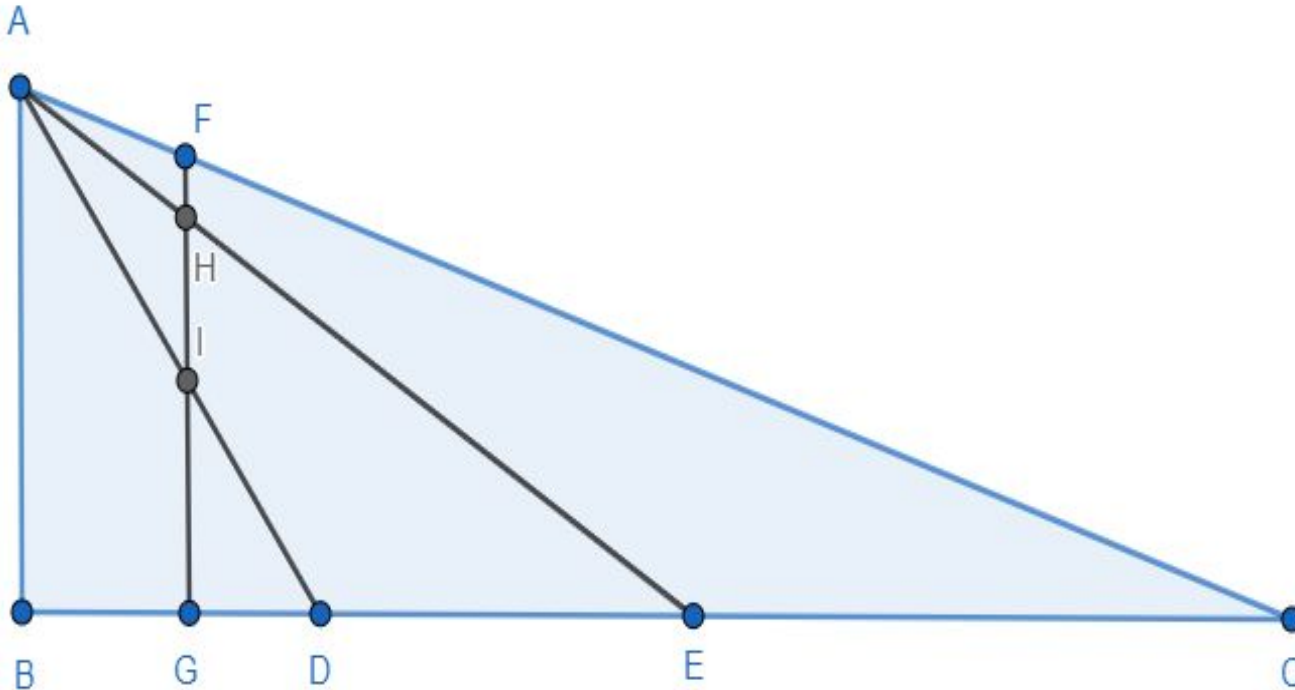
Teorema 6

Segmenti paralleli visti da lontano appaiono non paralleli



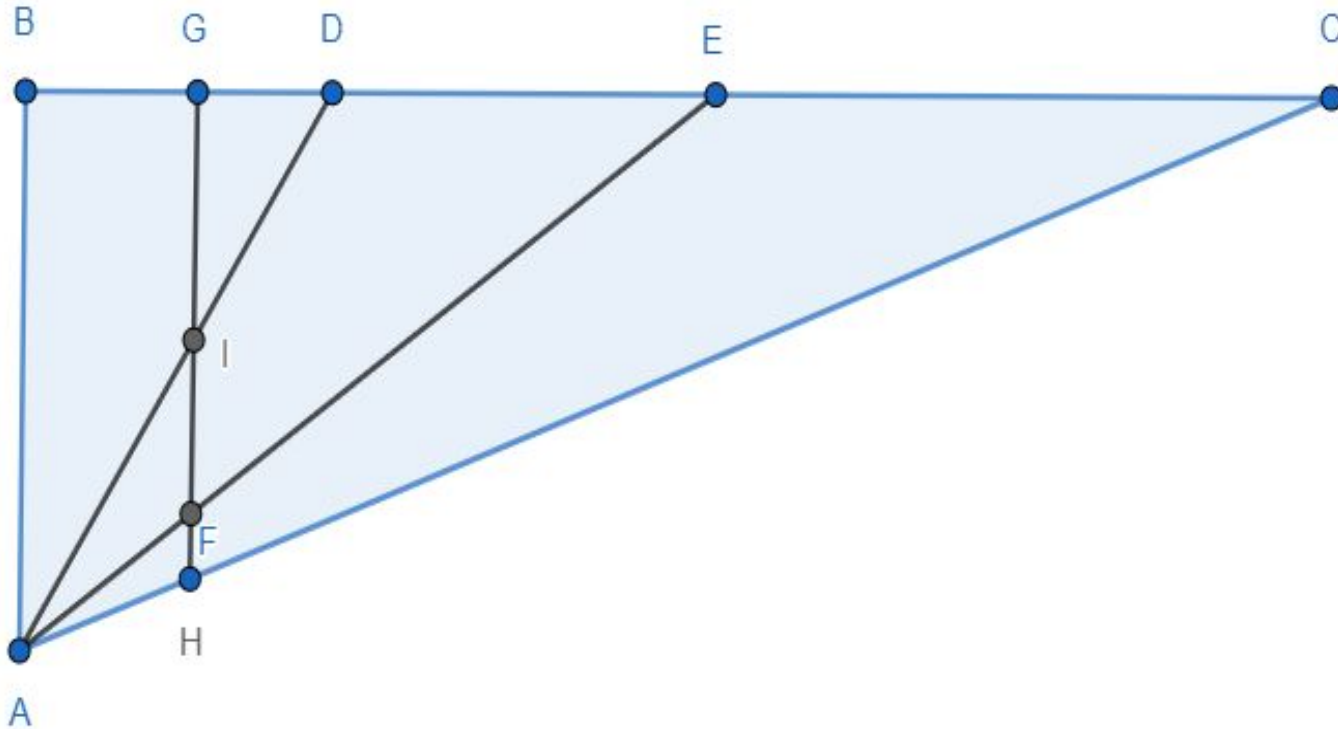
Teorema 10

Tra i piani che giacciono sotto l'occhio quelli più lontani appaiono più in alto



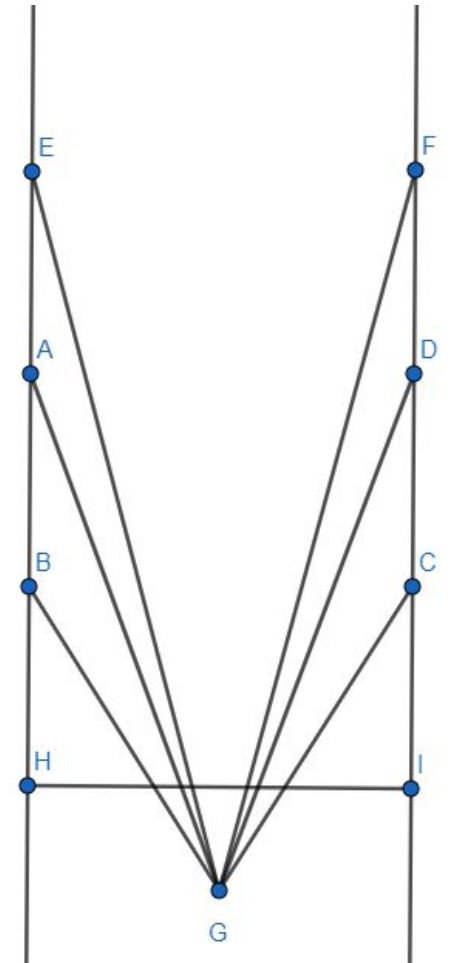
Teorema 11

Tra i piani che giacciono sopra l'occhio quelli più lontani appaiono più in basso



Teorema 12

Tra i segmenti che si estendono longitudinalmente, quelli a destra sembrano deviare verso sinistra e quelli a sinistra verso destra.



L'Ottica di Euclide e la prospettiva

Influenza dell'*Ottica* dal III secolo a.C.:



L'Ottica di Euclide e la prospettiva

Influenza dell'*Ottica* dal III secolo a.C.:



L'età romana

Vitruvio: *Secondo* e *Quarto stile* pompeiano



By Mosborne01 [CC BY-SA 3.0

(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0>)

By Carole Raddato from FRANKFURT, Germany [CC BY-SA 2.0

(<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.0>)

Il *De Architectura* di Vitruvio

iconographia: la pianta

orthographia: l'immagine frontale, disegnata rispettando le proporzioni dell'opera;

scenographia: la rappresentazione prospettica di un oggetto reale, costituita dallo schizzo della facciata dei lati per linee convergenti al centro.

Scuola di Oxford (XIII sec.): Ottica, visione e *Perspectiva*

- ***De perspectiva***: recupero di Alhazen; col termine *perspectiva* arriva in Europa l'opera tradotta
- Differenza tra ***perspectiva e prospectiva*** (la scienza alla base della rappresentazione 2D)

Rappresentazione 3D -> 2D

La lenta rinascita della prospettiva



Giotto, Cacciata di Gioacchino dal tempio, 1303-5



Lorenzetti, Annunciazione, 1344

Rappresentazione 3D -> 2D

Passi verso la corretta rappresentazione



Analisi prospettica di : Lorenzetti, *Annunciazione*, 1344

Evoluzione degli studi geometrici su visione e prospettiva

Leon Battista
Alberti
(1404-1472)

De pictura



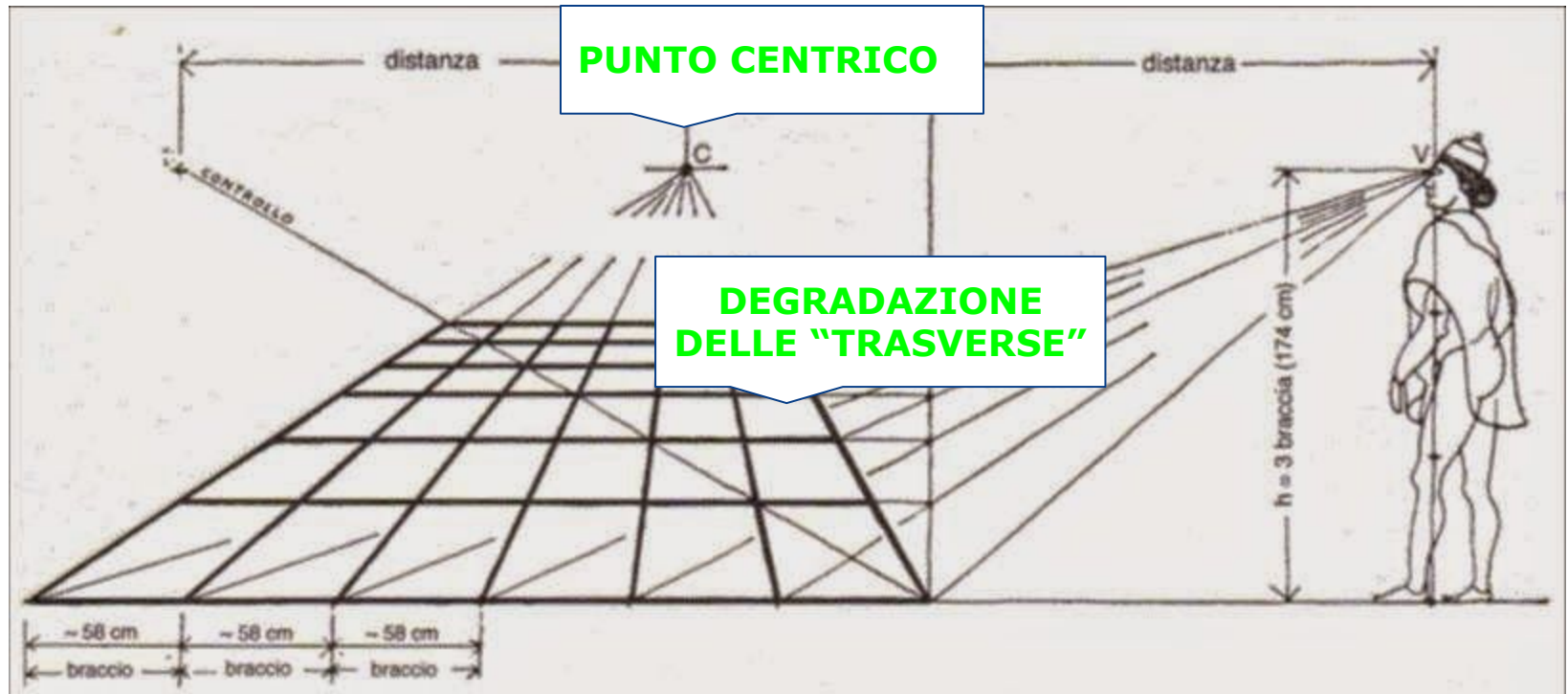
Evoluzione degli studi geometrici su visione e prospettiva

Piero Della Francesca
(1416-17/1492)

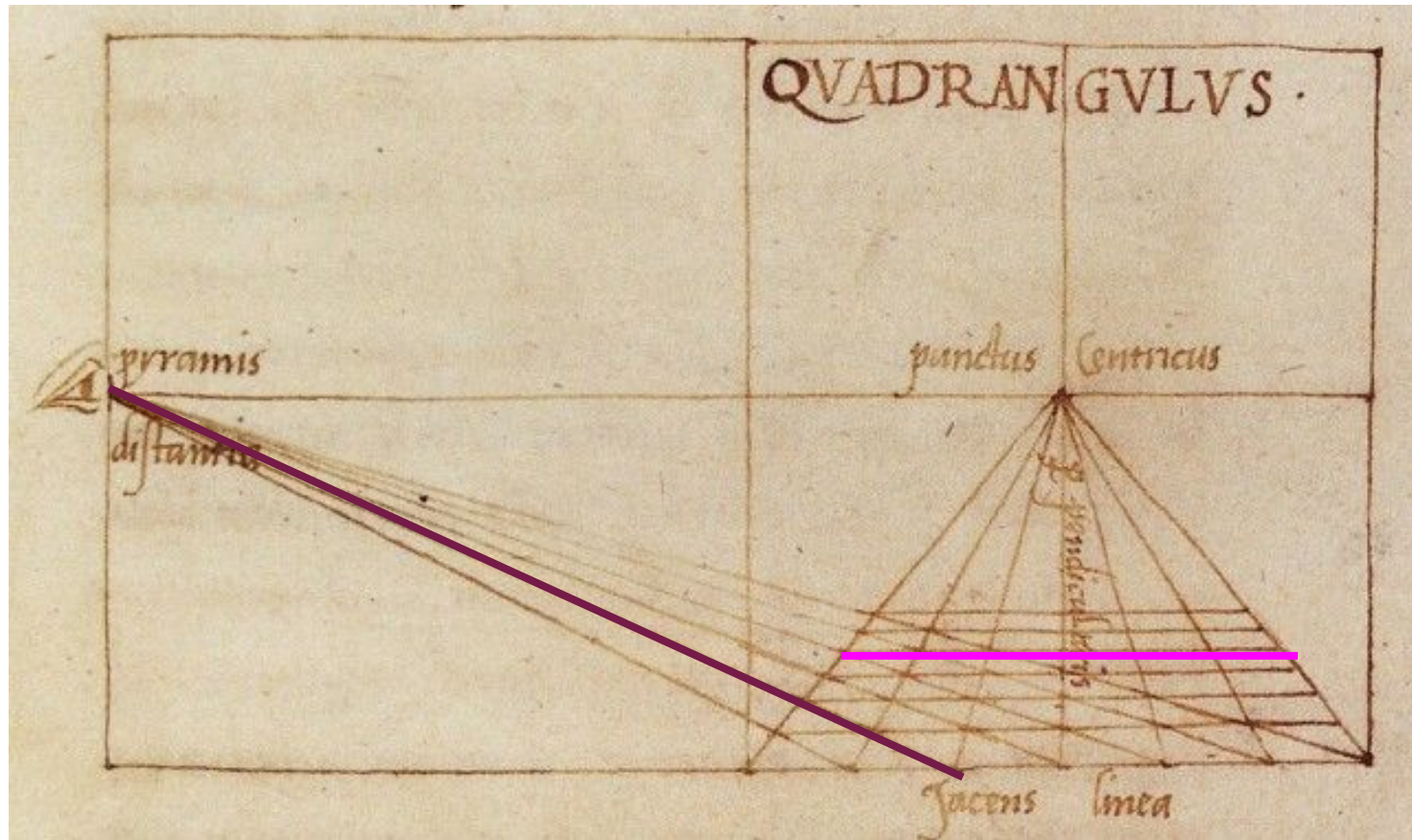
*De prospectiva
pingendi*



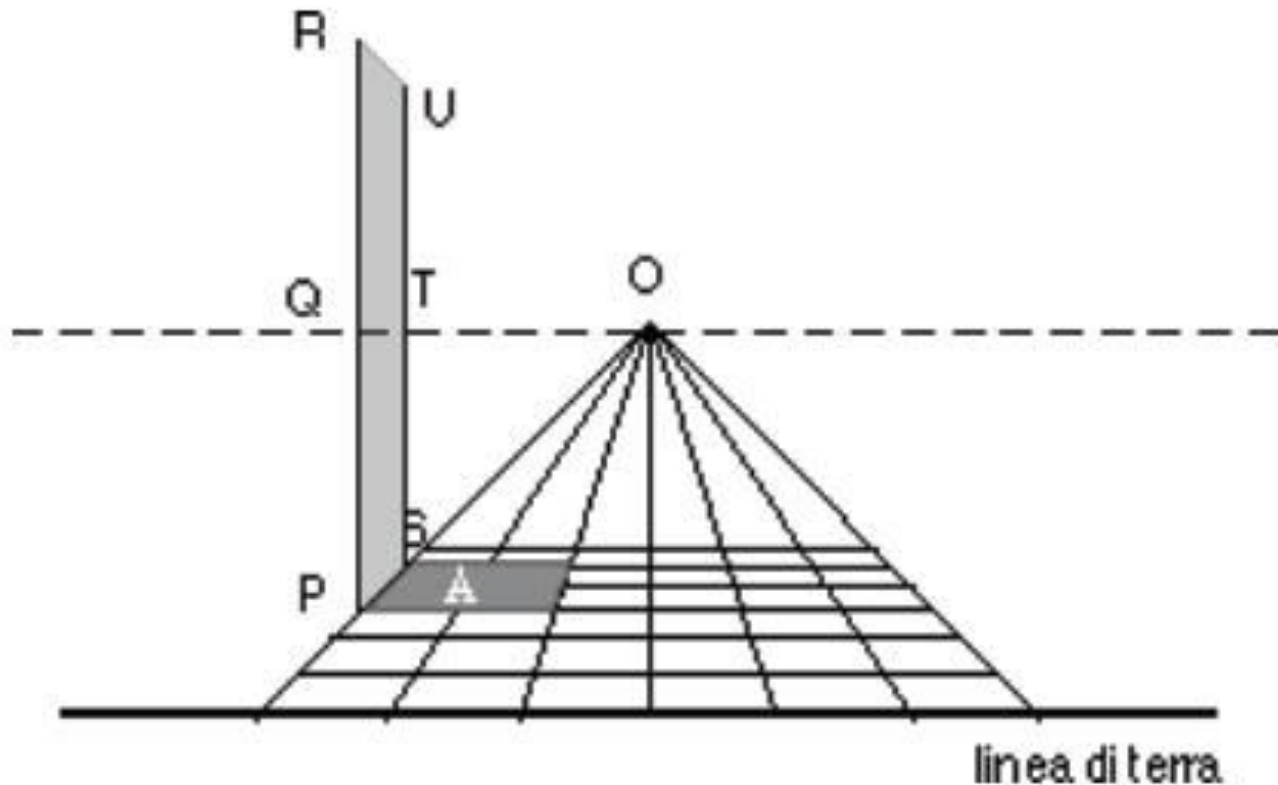
Leon Battista Alberti (1404-1472): la piramide visiva e il “modo ottimo”



“Modo ottimo”: dal punto di distanza, rette fino ai punti di base intersecano le rette tracciate in punti; poi traccia le parallele

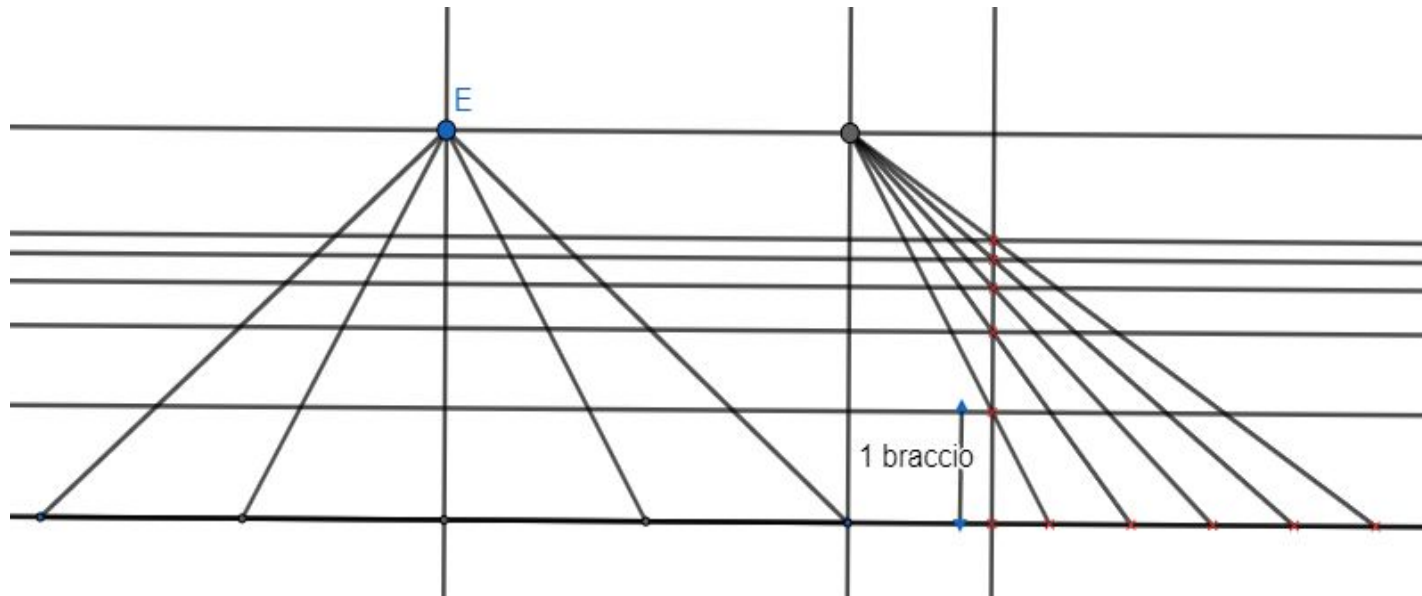


Alzate: dalla linea di profondità a LO è 3 braccia, poi proporzione.



1. **Si basa sull'*Ottica***: cono, raggio principale.
Aggiunge il PT, Punto di fuga al centro (PC)
2. **Convergenza al PC dimostrabile** con proiezione e sezione (piani per O e una LP passano per RP)
3. **Similitudine se PQ è parallelo al piano** che contiene una figura

“Modo ottimo”: basato su trasformazione affine di un piano in un altro con cambio scala su un solo asse.

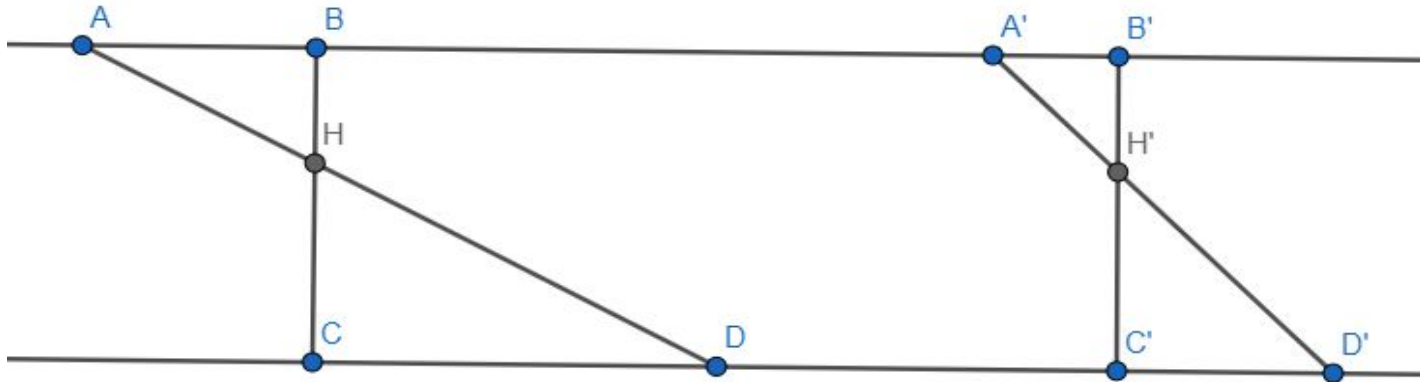


Si può dimostrare con teoremi della geometria euclidea.

Teorema del “Modo ottimo”:

HP: $AB \parallel CD, A'B' \parallel C'D'$; $BC = B'C'$; $AB:A'B' = CD:C'D'$

TH: $CH = C'H'$

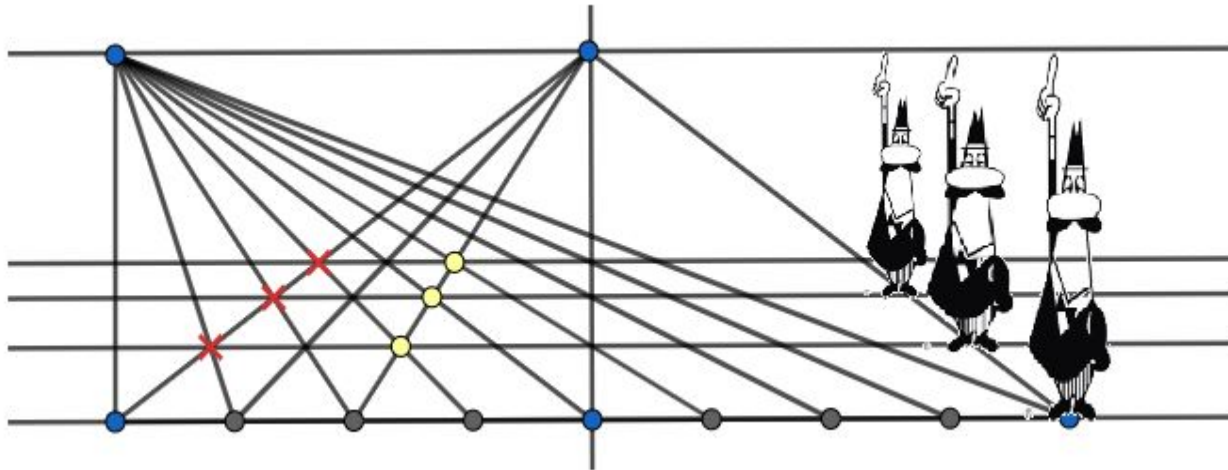


$$BH:HC = AB:CD = A'B':C'D' = B'H':H'C'$$

$$BH + HC = BC \quad \& \quad B'H' + H'C' = B'C'$$

$$BC:HC = B'C':H'C' \rightarrow HC = H'C'$$

Metodo delle alzate



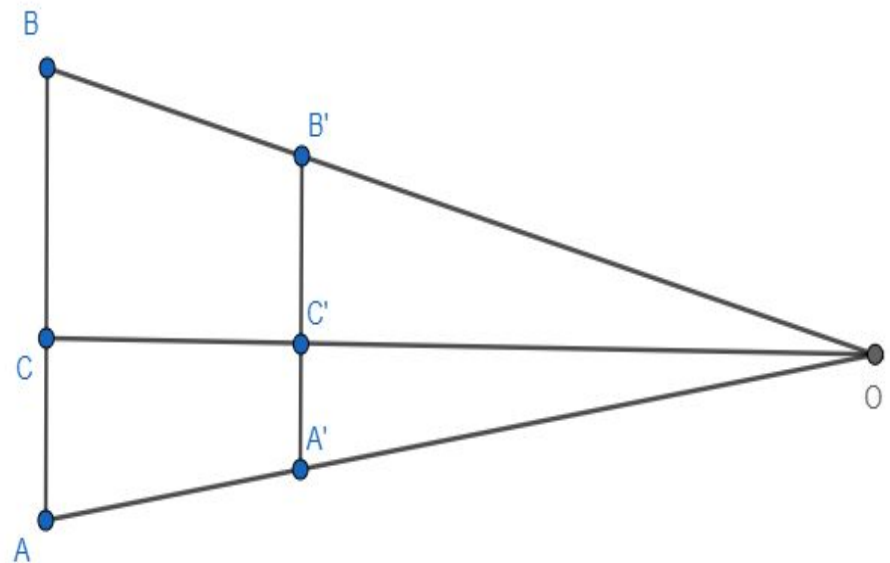
Teorema

$AB // A'B'$;

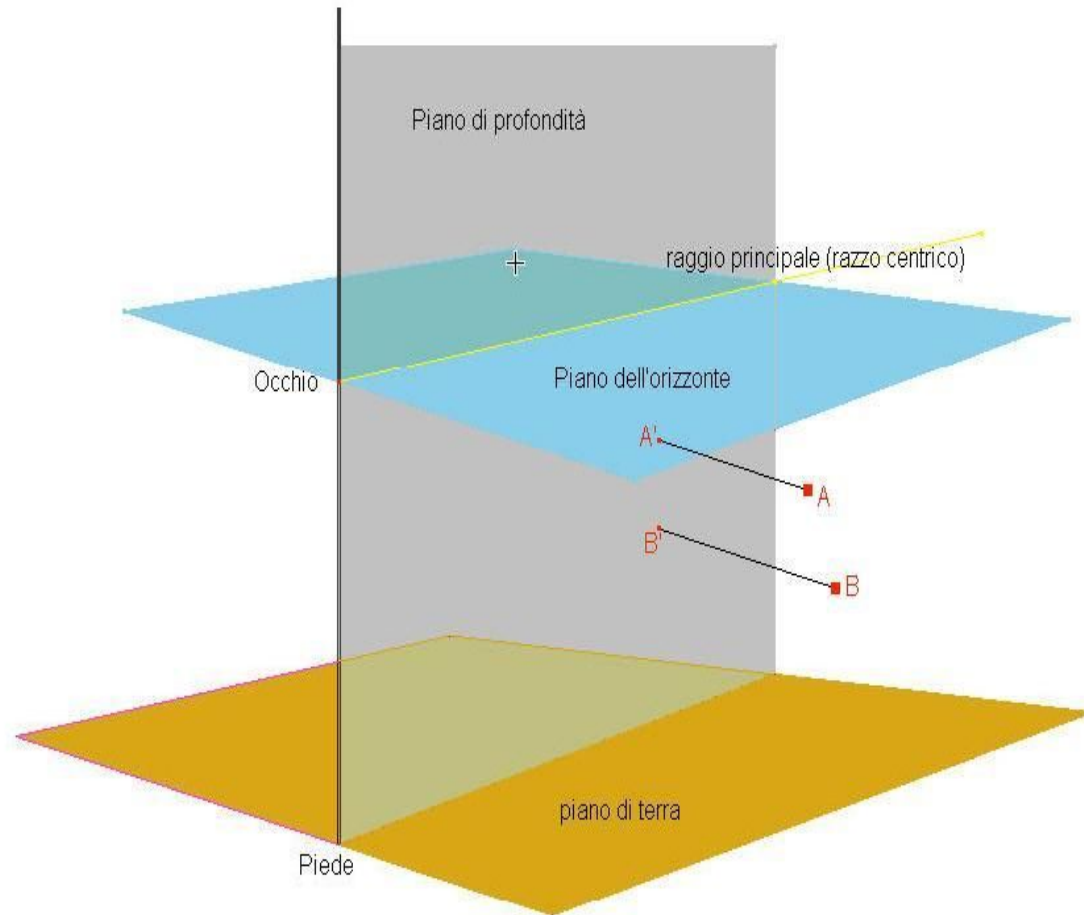
$AA' \cap BB' = O$,

C, C', O allineati

$\rightarrow AC:CB = A'C':C'B'$



Piramide visiva e “intersecazione” con il piano del quadro (PQ)

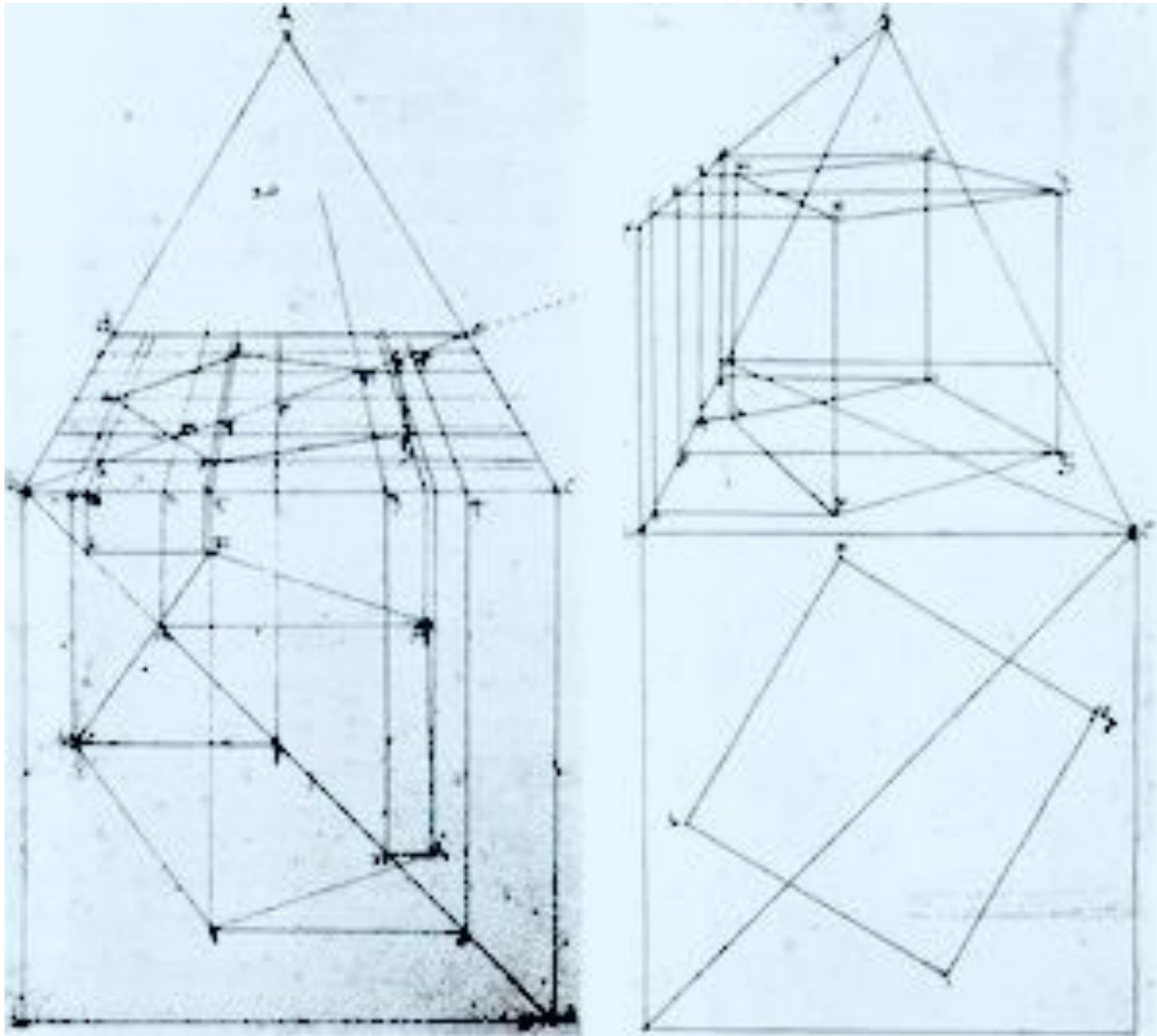


Un approccio matematico rigoroso

Piero Della Francesca (1416-17/1492)

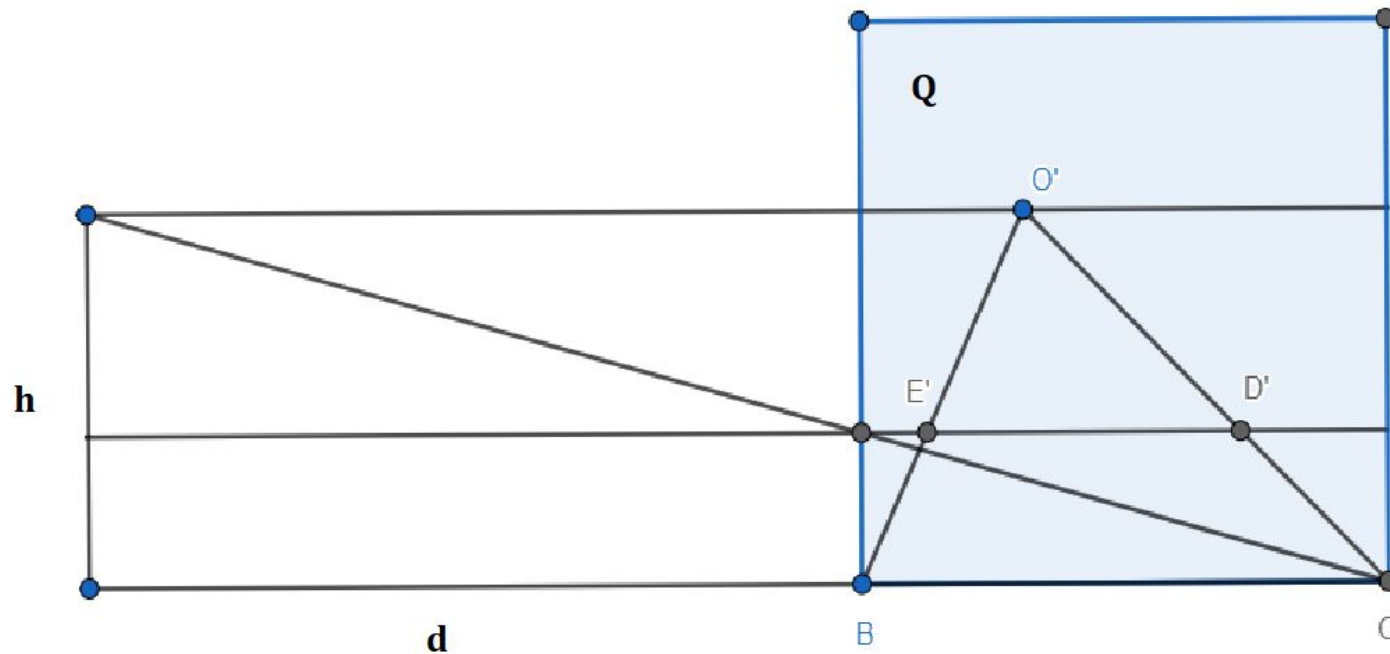


Un approccio matematico rigoroso

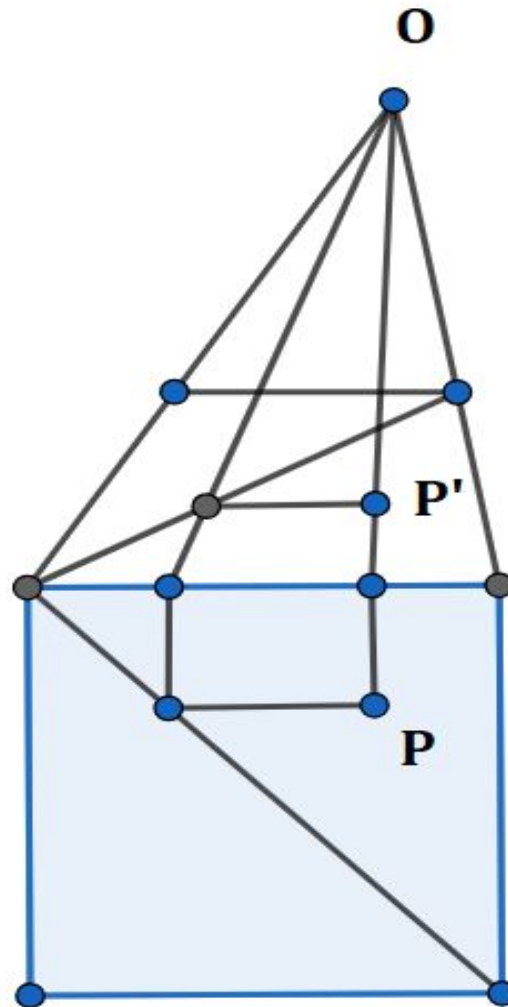


Teorema I, XIII

\underline{Q} piano di base di lato BC , h altezza di O sul PO , d distanza di O da \underline{PQ} . Il trapezio $BD'E'C$ è la degradazione di \underline{Q} .

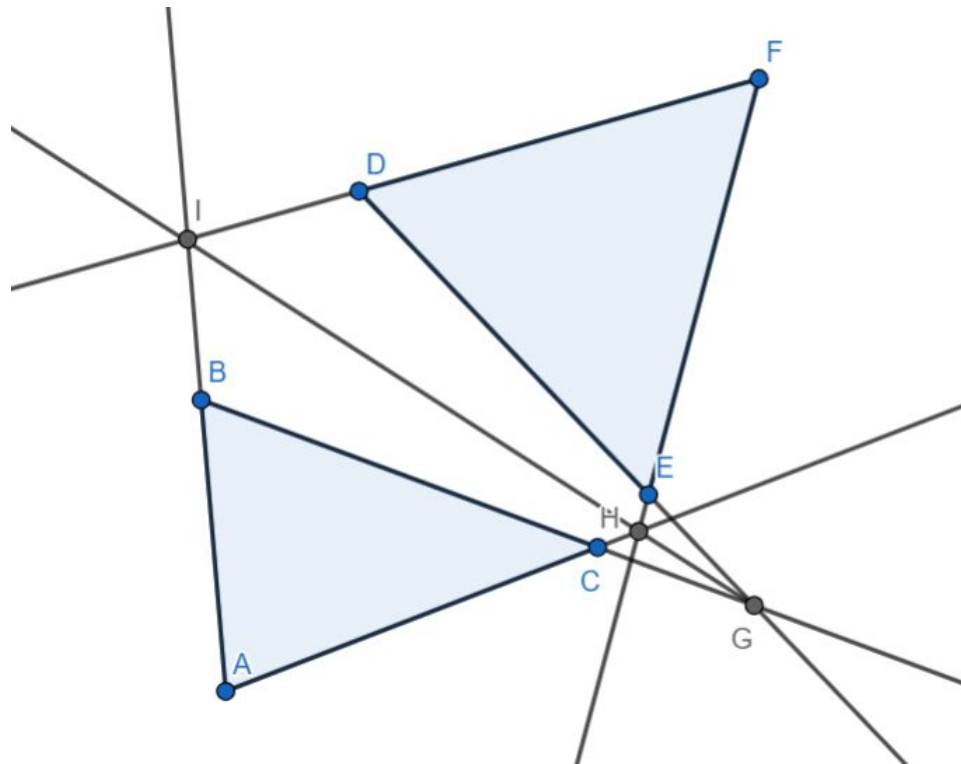


Metodi di Piero della Francesca



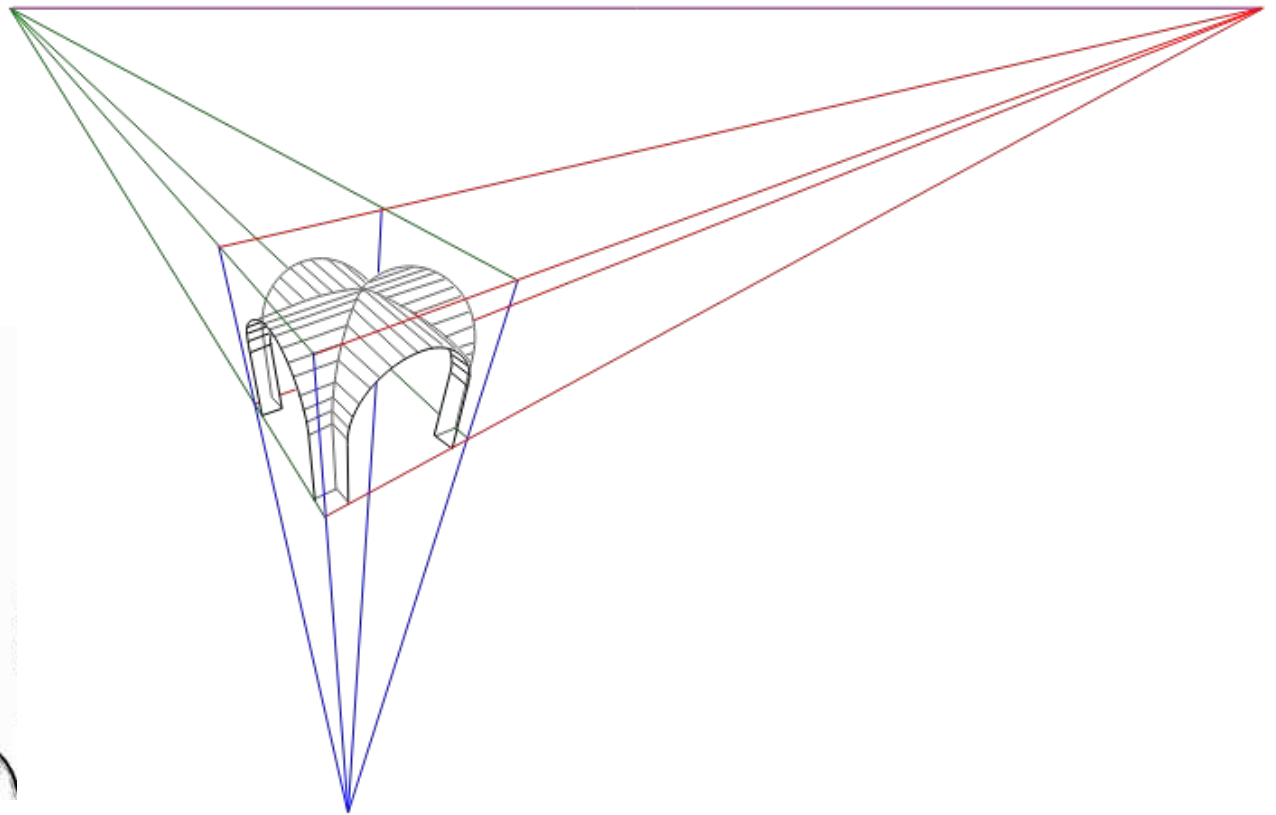
Teorema di Desargues

Due triangoli sono omologhi se e solo se i lati corrispondenti, se prolungati, si incontrano in punti allineati.



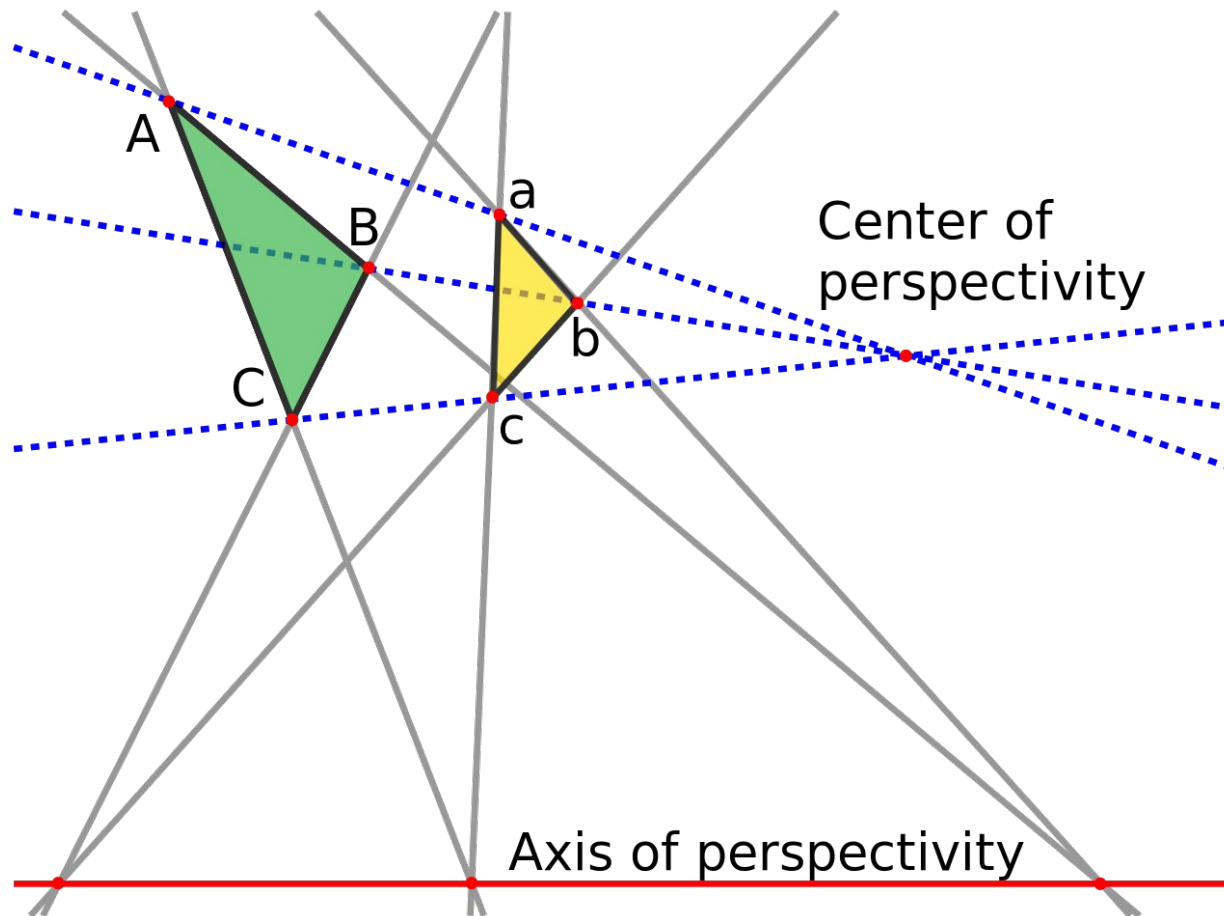
L'infinito sul foglio

Guidobaldo Del Monte (1545-1607):
Perspectivae libri sex, 1600 (in latino)



Basi della Geometria proiettiva

Girard Desargues (1591-1661)



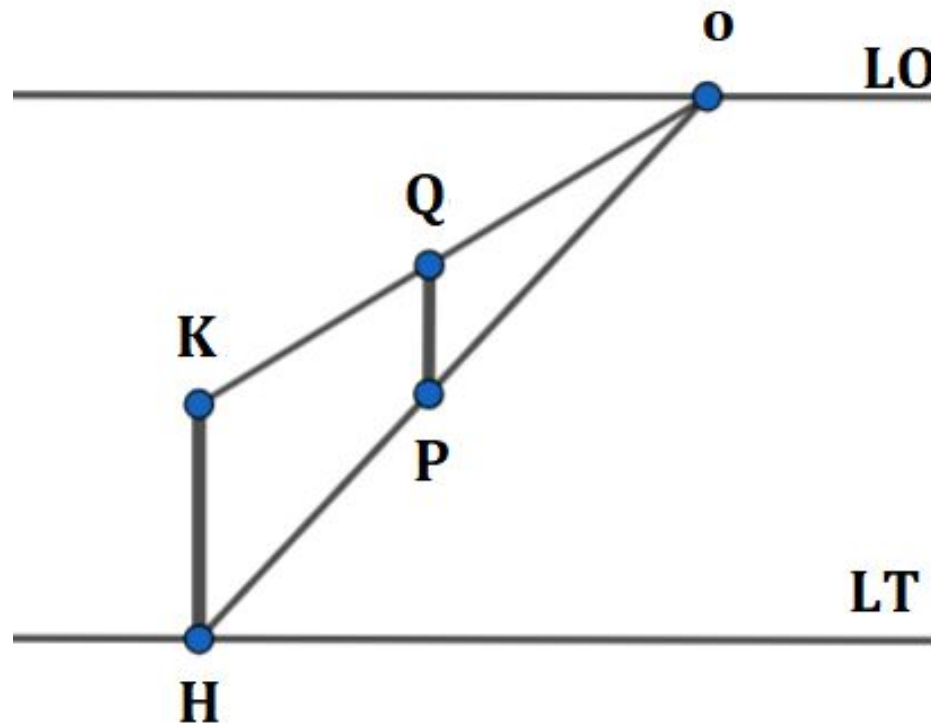
Trasformazioni e prospettiva

- Corrispondenza tra piani diversi, riportata su un unico piano

- Corrispondenze tra piani paralleli:
 - 1. conservano l'allineamento**
 2. conservano i rapporti
 - 3. conservano angoli**
 4. rapporti dipendono dalla distanza dei piani da O

Teorema di Desargues e metodo delle alzate generalizzato

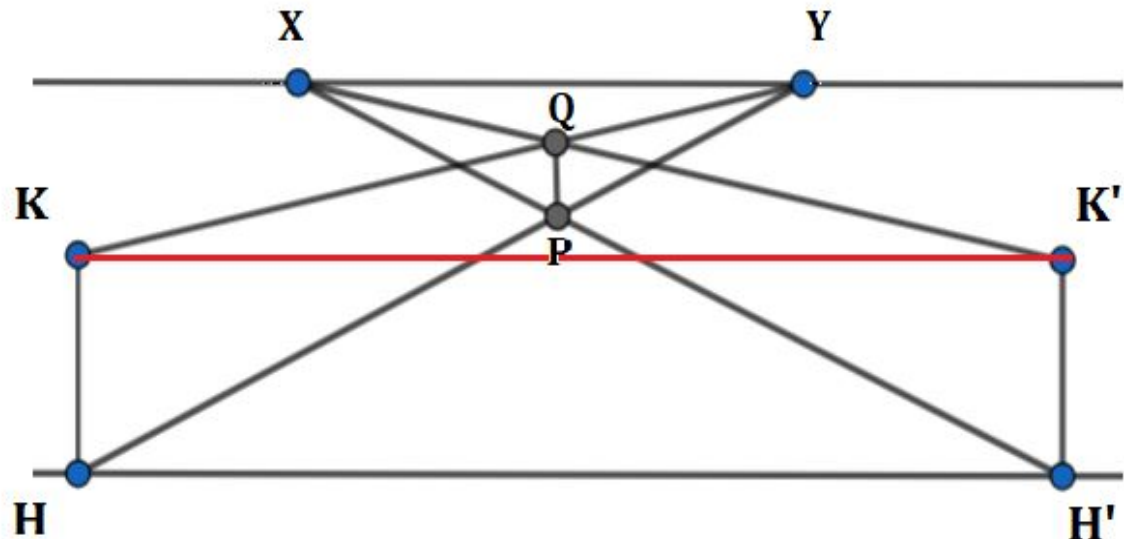
PQ indipendente da H e non serve il punto centrico



Teorema di Desargues e metodo delle alzate generalizzato

Noto P , tracciare $K'H'=KH$ e //

Traccia $H'P$, $X=LO \cap r(H'P)$, traccia XK' , $XK' \cap KY=Q$



Grasie

Laura Branchetti

Università di Parma

laura.branchetti@unipr.it